



VI KONGRES MŁODYCH MATEMATYKÓW POLSKICH

15-18 września 2016

Wydział Matematyki i Nauk Informatycznych

Politechnika Warszawska

Paradoksy szeregów nieskończonych

Grzegorz Świątek (Politechnika Warszawska)

Szereg nieskończony to suma nieskończenie wielu członów i jest uważany za zbieżny, jeśli jego skończone, coraz dłuższe sumy częściowe zbiegają do pewnej wartości. Przykładem jest szereg złożony z wyrazów postępu geometrycznego. Dziś uważany za prosty przypadek, w czasach starożytnych był istotą paradoksu Zenona. Z kolei szereg harmoniczny złożony z członów postaci $1/n$ jest rozbieżny do nieskończoności, choć jego wyrazy maleją do zera i pokażemy, że to także jest pewien paradoks. Jeśli w szeregu harmonicznym odwrócimy znak co drugiego wyrazu, to otrzymamy szereg anharmoniczny, który jest zbieżny, ale tylko dlatego, że nieskończone sumy dodatnich i ujemnych wyrazów znoszą się. Takie szeregi nazywamy warunkowo zbieżnymi, a ich paradoksem jest brak przemienności, co stoi w jaskrawym kontraście ze skończonymi sumami.